

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x)=x$ είναι $f'(x)=(x)'=1$ για κάθε x στο σύνολο \mathbb{R} των πραγματικών αριθμών.

Μονάδες 10

A2. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων, όταν το n είναι περιττός αριθμός.

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$

(Μον. 2)

β) $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

(Μον. 2)

γ) Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$ βρίσκεται το 68% περίπου των παρατηρήσεων.

(Μον. 2)

δ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$ όπου l_1, l_2

πραγματικοί αριθμοί τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) g(x)) = l_1 l_2 .$$

(Μον. 2)

ε) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$.

(Μον. 2)

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των πιστωτικών καρτών που έχουν 20 υπάλληλοι μιας επιχείρησης.

Αριθμός πιστωτικών καρτών x_i	Αριθμός υπαλλήλων v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i v_i$
0	5			
1		9		
2			10	
3				
4				
ΣΥΝΟΛΑ				

B1. Αν γνωρίζετε ότι η 5^η συχνότητα (v_5) ισούται με την 1^η συχνότητα (v_1), να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε.

Μονάδες 10

B2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} των πιστωτικών καρτών των υπαλλήλων.

Μονάδες 5

B3. Να υπολογίσετε τον αριθμό των υπαλλήλων που έχουν το πολύ 3 πιστωτικές κάρτες.

Μονάδες 5

B4. Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{2}$$

Γ1. Να αποδείξετε ότι $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$

Μονάδες 6

Γ2. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης f στα σημεία $x_1 = -1$ και $x_2 = 1$.

Μονάδες 4

Γ3. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά της ακρότατα.

Μονάδες 12

Γ4. Να συγκρίνετε τις τιμές $f(2015)$ και $f(2016)$ της συνάρτησης f .

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = x^2 + \alpha x - 3, \alpha \in \mathbb{R}.$$

Δ1. Να υπολογίσετε την τιμή του α αν

$$\alpha = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 6x + 8}{x - 4}$$

Μονάδες 8

Δ2. Για $\alpha = 2$ να βρείτε την $f'(x)$.

Μονάδες 3

Δ3. Για $\alpha = 2$ να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(-2, f(-2))$.

Μονάδες 8

Δ4. Αν τα σημεία $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), A_3(x_3, y_3), A_4(x_4, y_4), A_5(x_5, y_5)$ ανήκουν στην ευθεία $\varepsilon: y = -2x - 7$ και οι τετμημένες x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 των σημείων A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 2$, να βρείτε τη μέση τιμή \bar{y} των τεταγμένων y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 των σημείων αυτών.

Μονάδες 6