

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΕΠΑΛ Α΄ ΟΜΑΔΑΣ

### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1)** Σχολ. Βιβλίο – σελ. 212

Κατηγορίες :

α) Τα άκρα διαστημάτων που αποτελούν το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

β) Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού της  $f$  που μηδενίζουν την πρώτη παράγωγο. Τα σημεία αυτά ονομάζονται στάσιμα σημεία.

γ) Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού στα οποία δεν υπάρχει η παράγωγος της  $f$ . Τα σημεία αυτά ονομάζονται γωνιακά σημεία.

**A2)** α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Λ ε) Σ

**A3)** α)  $\int_a^b \frac{1}{x} dx = [\ln x]_a^b = \ln b - \ln a$

β)  $(c)' = 0$

γ)  $\bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + \dots + x_k v_k}{v} = \frac{\sum_{i=1}^k x_i v_i}{v}$

#### ΘΕΜΑ Β

**B1.** Ισχύουν :

$$N_1 = v_1 = 20, v_2 = N_2 - N_1 = 34 - 20 = 14, N_3 = N_2 + v_3 = 34 + 12 = 46,$$

$$N_4 = v = 50, v_4 = N_4 - N_3 = 50 - 46 = 4$$

Για τα κέντρα κλάσης ισχύουν :

$$\kappa_1 = \frac{5+15}{2} = 10, \text{ όμοια } \kappa_2 = 20, \kappa_3 = 30, \kappa_4 = 40$$

Χρόνος σε λεπτά	$\kappa_i$	$v_i$	$N_i$	$\kappa_i v_i$	$\kappa_i - \bar{x}$	$(\kappa_i - \bar{x})^2$	$(\kappa_i - \bar{x})^2 v_i$
[5–15)	10	20	20	200	-10	100	2000
[15–25)	20	14	34	280	0	0	0
[25–35)	30	12	46	360	10	100	1200
[35–45)	40	4	50	160	20	400	1600
<b>ΣΥΝΟΛΑ</b>		$v = 50$		1000			4800

**B2.**

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^v \kappa_i v_i}{v} = \frac{1000}{50} = 20$$

**B3.**

$$s^2 = \frac{1}{v} \sum (\kappa_i - \bar{x})^2 \cdot v_i = \frac{4800}{50} = 96. \text{ Τότε } s = \sqrt{s^2} = \sqrt{96} \approx 10$$

**B4.**

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

**ΘΕΜΑ Γ**

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda}, & \text{αν } x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & \text{αν } x \leq 2 \end{cases}$$

**Γ1.**

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (4x + 4e^{x-2}) = 4 \cdot 2 + 4e^{2-2} = 12$$

**Γ2.**

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{\lambda(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 2x + 4}{\lambda} = \frac{4 + 4 + 4}{\lambda} = \frac{12}{\lambda}$$

**Γ3.**

Για να είναι η  $f$  συνεχή στο  $x_0 = 2$  πρέπει  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$ . Άρα

$$12 = \frac{12}{\lambda} \Leftrightarrow 12\lambda = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

**Γ4.**

Για  $\lambda = 1$  η  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2}, & \text{αν } x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & \text{αν } x \leq 2 \end{cases}$ , ή  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 4, & \text{αν } x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & \text{αν } x \leq 2 \end{cases}$ , τότε :

$$\begin{aligned} \int_1^2 f(x) dx &= \int_1^2 (4x + 4e^{x-2}) dx = \int_1^2 4x dx + \int_1^2 4e^{x-2} dx = 4 \left[ \frac{x^2}{2} \right]_1^2 + 4 \left[ e^{x-2} \right]_1^2 = \\ &= 4 \left( \frac{2^2}{2} - \frac{1}{2} \right) + 4(e^{2-2} - e^{1-2}) = 10 - \frac{4}{e} \end{aligned}$$

**ΘΕΜΑ Δ**
**Δ1.**

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15 \quad 0 \leq t \leq 10$$

$$B'(t) = \left( -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15 \right)' = -t^2 + 4t + 12$$

**Δ2.**

$$B'(t) = -t^2 + 4t + 12, \text{ τότε } B'(t) = 0 \Leftrightarrow t_1 = -2 \text{ ή } t_2 = 6$$

Η τιμή  $t_1 = -2$  απορρίπτεται διότι  $0 \leq t \leq 10$

	0	6	10
B'	+	0	-
B	↗		↘

Για  $t = 6$  έτη το Βάρος B γίνεται μέγιστο

**Δ3.**

Η συνάρτηση  $B(t)$  είναι γνησίως φθίνουσα, για  $6 \leq t \leq 9$ , τότε  $B(6) \geq B(t) \geq B(9)$  ή  $B(9) \leq B(t) \leq B(6)$

**Δ4.**

Ο ρυθμός μεταβολής του παγόβουνου δίνεται από τη σχέση  $B'(t) = -t^2 + 4t + 12$ .

Κάνουμε μελέτη αυτής της συνάρτησης

$$B''(t) = (-t^2 + 4t + 12)' = -2t + 4 \text{ και } B''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

	0	2	10
B''(t)	+	0	-
B'(t)	↗		↘

Για  $t = 2$  έτη, ο ρυθμός μεταβολής του παγόβουνου γίνεται μέγιστος